

# MATEMATYKA+

**MXMVD16C0T01**

## TEST DYDAKTYCZNY

**Maksymalna ilość punktów: 50**

**Próg zaliczenia: 33 %**

### **1 Podstawowe informacje dotyczące zadań**

- Test dydaktyczny zawiera **23 zadań**.
- Czas pracy oznaczono w kartach odpowiedzi.
- W czasie pracy można korzystać tylko z: przyborów do pisania i rysowania, „Tablic matematyczno, fizyczno, chemicznych” i prostego kalkulatora bez karty graficznej, nie posiadającego funkcji rozwiązywania równań i przekształcania wyrażeń algebraicznych.
- Obok każdego zadania umieszczono maks. ilość punktów.
- Odpowiedzi wpisuj do karty odpowiedzi.
- Notować można w arkuszu zadań, notatki nie zostaną ocenione.
- **Niejednoznaczny lub nieczytelny zapis zostanie uznany za błędny.**
- Pierwszą część testu dydaktycznego (zadania 1–12) tworzą **zadania otwarte**.
- W drugiej części testu dydaktycznego (zadania 13–23) zawarte są zadania zamknięte z wyborem odpowiedzi. We wszystkich zadaniach /lub ich częściach/ tylko **jedna odpowiedź jest poprawna**.
- Za brak rozwiązania lub nieprawidłowe rozwiązanie całego zadania **nie przydziela się punktów ujemnych**.

### **2 Zasady poprawnego zapisu odpowiedzi**

- Pisz długopisem z **niebieskim lub czarnym tuszem**. **Pisz wyraźnie, czytelnie**.
- O ile będziesz rysować zwykłym ołówkiem, pogrub wszystko długopisem.
- Ocenione zostaną **tylko odpowiedzi umieszczone w karcie odpowiedzi**.

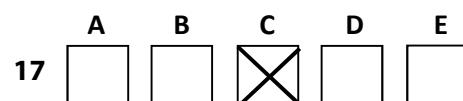
### **2.1 Wskazówki do zadań otwartych**

- Wyniki wpisuj czytelnie do wyznaczonych białych pól.  

- Jeżeli wymagane jest całe rozwiązanie, przedstaw, oprócz wyniku, cały przebieg rozwiązania. Jeżeli podasz tylko wynik, to nie otrzymasz za to zadanie żadnych punktów.
- **Zapisy obok wyznaczonych białych pól nie zostaną ocenione.**
- Błędny zapis przekreśl i zapisz nowe rozwiązanie.

### **2.2 Wskazówki do zadań zamkniętych**

- Poprawną odpowiedź oznacz wyraźnie krzyżykiem w białym polu na karcie odpowiedzi, wg rysunku – dokładnie.



- Jeżeli chcesz zmienić odpowiedź, starannie zakoloruj oznaczone pole, zaś wybraną odpowiedź oznacz krzyżykiem w nowym polu.



- Jakikolwiek inny sposób wpisywania odpowiedzi i wnoszenia poprawek uznany zostanie za odpowiedź błędą.
- O ile oznaczysz więcej pól, odpowiedź uznana zostanie za błędą.

**NIE OTWIERAJ ARKUSZA ZADAŃ, POCZEKAJ NA DECYZJĘ OSOBY NADZORUJĄcej!**

© Centrum pro zjištování výsledků vzdělávání, 2016

Obsah testového sešitu je chráněn autorskými právy. Jakékoli jeho užití, jakož i užití jakékoli jeho části pro komerční účely či pro jejich přímou i nepřímou podporu bez předchozího explicitního písemného souhlasu CZVV bude ve smyslu obecně závazných právních norem považováno za porušení autorských práv.

**1 punkt**

- 1 Do zbioru  $M = \{-93, -92, -91, \dots, 56\}$  należy 150 kolejnych liczb całkowitych.

**Podaj ilość wszystkich liczb ze zbioru M, których wartość bezwzględna należy także do zbioru M.**

---

**maks. 2 punkty**

- 2 **Rozwiąż w dziedzinie R:**

$$\sqrt{6 - x} = -x$$

---

**maks. 2 punkty**

- 3 **Rozwiąż w dziedzinie N:**

$$\binom{n+1}{n-1} = 90n$$

#### **TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 4**

Członkowie zespołu muzycznego zakupili sprzęt w cenie 13 500 CZK. Wszyscy złożyli się na zakup, dając taką samą kwotę pieniędzy. Gdyby pomógł im jeszcze fan zespołu Jarek, a całą kwotę rozdzieliłby po równo, wliczając także jego, to kwota zapłacona przez każdego z członków zespołu obniżyłaby się o 450 CZK.

(CZVV)

**maks. 3 punkty**

- 4** Przy użyciu równania lub układu równań **oblicz, ilu członków ma zespół muzyczny.**

**W kartach odpowiedzi** przedstaw cały **przebieg rozwiązania.**

---

**1 punkt**

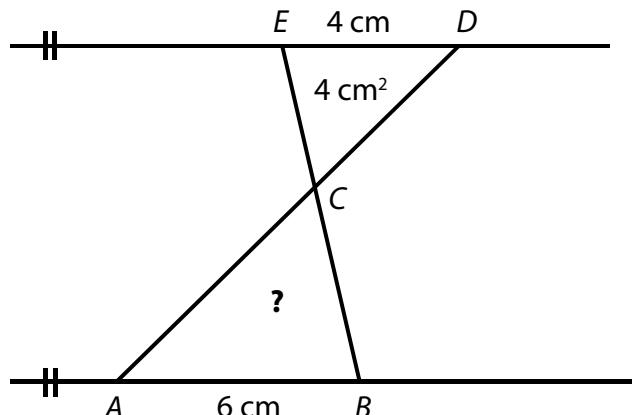
- 5** Dana jest funkcja  $f$  ze zmienną  $x \in \mathbf{R} \setminus \{3\}$ :

$$f(x) = \frac{x+k}{4x-12} + \frac{x}{x-3}$$

**Podaj liczbę rzeczywistą  $k$ , dla której funkcja  $f$  jest stała.**

## TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 6

Dane jest:  $AB \parallel DE$ ,  $C \in AD \cap BE$ ,  $|AB| = 6 \text{ cm}$ ,  $|DE| = 4 \text{ cm}$ ,  $S_{\Delta CDE} = 4 \text{ cm}^2$ .



(CZV)

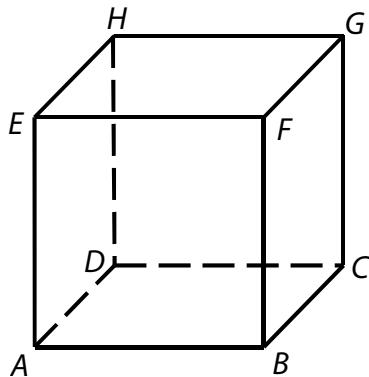
**1 punkt**

- 6      **Oblicz  $S_{\Delta ABC}$  (pole powierzchni  $ABC$ ).**

---

## TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 7

Długość krawędzi sześcianu  $ABCDEFGH$  wynosi 4 cm.



(CZVV)

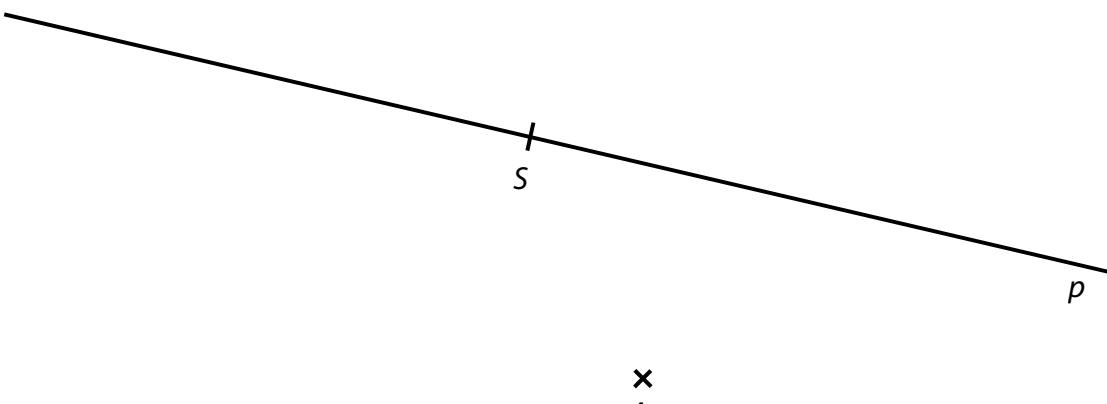
**maks. 2 punkty**

- 7      **Oblicz odległość  $d$  punktu  $A$  od prostej  $FH$ . Nie zaokrąglaj.**

**W karcie odpowiedzi sporządź szkic sytuacji i przedstaw przebieg rozwiązania. Linie popraw długopisem.**

## TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 8

Na płaszczyźnie znajdują się dwa różne punkty A i S oraz prosta  $p$  przechodząca przez punkt S.



(CZVV)

**maks. 3 punkty**

- 8** Skonstruuj równoległyok ABCD o środku S, którego przekątna BD leży na prostej  $p$  a kąt wewnętrzny przy wierzchołku B wynosi  $\beta = 60^\circ$ .
- 8.1 Sporządź szkic równoległoboku ABCD oraz przeprowadź analizę lub dokonaj opisu konstrukcji.**

- 8.2 Skonstruuj równoległyok ABCD.**

**W kartach odpowiedzi popraw wszystkie linie i krzywe długopisem.**

**1 punkt**

- 9** Każdy punkt paraboli  $\mathcal{P}$  leży w identycznej odległości od punktu  $F[4; 2]$  oraz od osi współrzędnych  $x$ .

**Napisz równanie stycznej  $t$  do paraboli  $\mathcal{P}$  w jej wierzchołku.**

**maks. 3 punkty**

- 10** Dla trójkąta  $ABC$  o środku ciężkości  $T$  dane jest:

$$\overrightarrow{AT} = (5; 1), T[3; 4], C[5; 2].$$

**Oblicz współrzędne pozostałych wierzchołków  $A, B$  trójkąta  $ABC$ .**

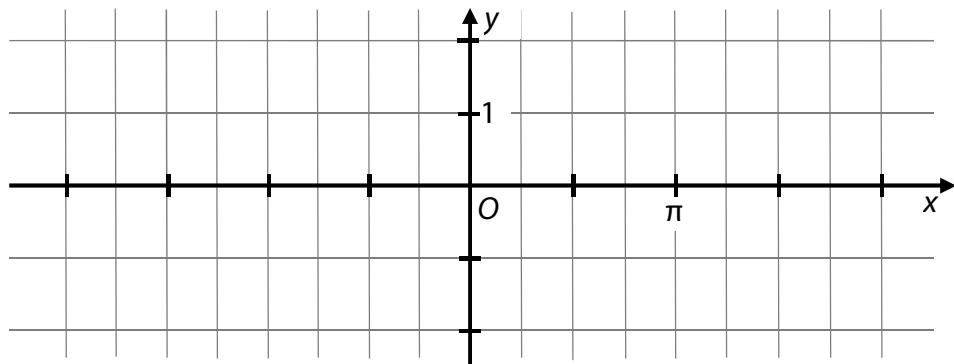
**W kartach odpowiedzi** przedstaw cały **przebieg rozwiązania**.

**maks. 2 punkty**

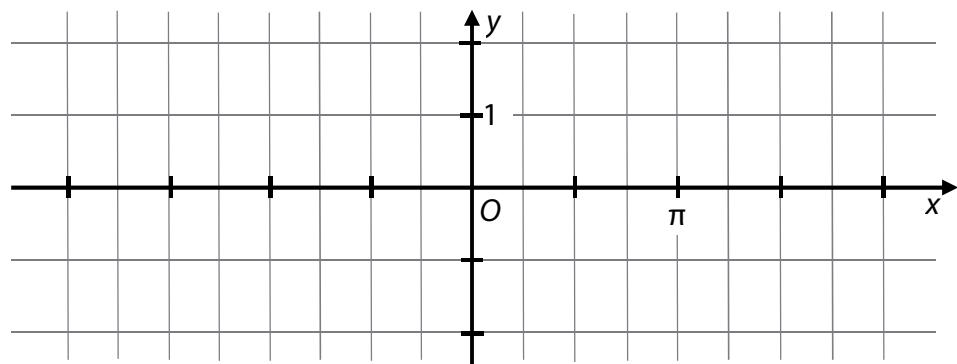
**11 Sporządz wykresy funkcji  $f$  oraz  $g$  dla  $x \in \langle -2\pi; 2\pi \rangle$ .**

**W karcie odpowiedzi popraw wykresy długopisem.**

11.1  $f: y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



11.2  $g: y = \sin \frac{x}{2}$



## TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 12

Dane są dwa nieskończone szeregi liczbowe:

$$a + a^2 + a^3 + a^4 + \cdots + a^n + \cdots$$

$$b - b^2 + b^3 - b^4 + \cdots + (-1)^{n+1}b^n + \cdots$$

Rozważajmy takie wartości  $a \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$  oraz  $b \in (0; 1)$ , dla których oba szeregi mają taką samą sumę  $s$ .

(CZVV)

**maks. 4 punkty**

**12**

12.1 **Oblicz  $b$ , jeżeli  $a = \frac{1}{6}$ .**

12.2 **Wyznacz  $b$  w zależności od  $a$ .**

12.3 **Oblicz sumę  $s$ , jeżeli  $b = 2a$ .**

We wszystkich częściach zadania 12 przedstaw cały **przebieg rozwiązania w kartach odpowiedzi**.

**maks. 3 punkty**

**13 Do każdego równania (13.1–13.3) rozwiązywanego w dziedzinie R przyporządkuj przedział (A–F), do którego należy rozwiązanie danego równania.**

13.1  $|5 + x| = -x$  \_\_\_\_\_

13.2  $3^{\log(x-2)} = 1$  \_\_\_\_\_

13.3  $2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 2^0 = 0$  \_\_\_\_\_

A)  $(-\infty; -3)$

B)  $(-3; -1)$

C)  $(-1; 1)$

D)  $(1; 2)$

E)  $(2; 4)$

F)  $(4; +\infty)$

**maks. 3 punkty**

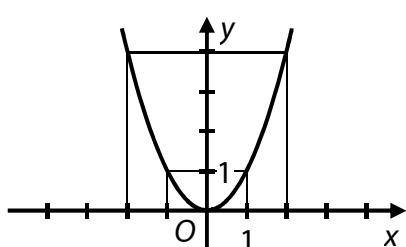
- 14 Do każdego wzoru funkcji rzeczywistej (14.1–14.3) przyporządkuj właściwy wykres funkcji (A–F).**

14.1  $y = \frac{-x^2}{2}$  \_\_\_\_\_

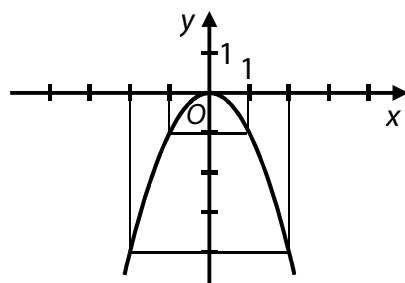
14.2  $y = -\left(\frac{-x}{2}\right)^2$  \_\_\_\_\_

14.3  $y = 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{-2} \cdot x\right)^2$  \_\_\_\_\_

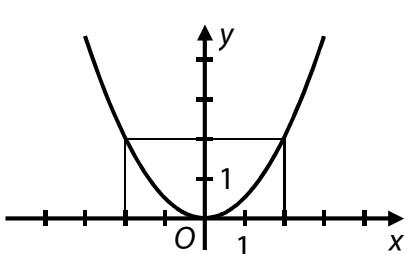
A)



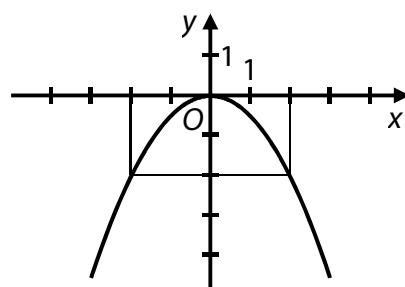
B)



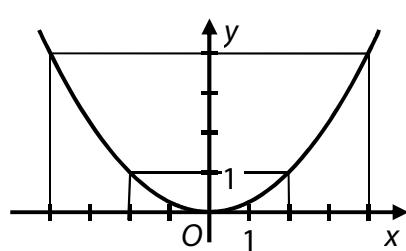
C)



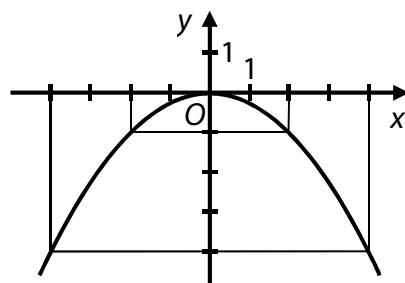
D)



E)



F)



## TEKST ŹRÓDŁOWY DO ZADANIA 15

Przedstawiono przebieg rozwiązania trzech nierówności I, II i III w dziedzinie  $\mathbf{R}$ .

I:  $\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 5$

II:  $x^2 > x$

**Przebieg rozwiązania:**

Dziedzina nierówności:  $\mathbf{R}^+$

$$\log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} 5$$

$$x \geq 5$$

$$\underline{\underline{K_I = (5; \infty)}}$$

III:  $\frac{x}{x-1} < 0$

**Przebieg rozwiązania:**

Dziedzina nierówności:  $\mathbf{R}$

$$x^2 > x$$

$$x > 1$$

$$\underline{\underline{K_{II} = (1; \infty)}}$$

**Przebieg rozwiązania:**

Dziedzina nierówności:  $\mathbf{R} \setminus \{1\}$

$$\frac{x}{x-1} < 0$$

$$x < 0$$

$$\underline{\underline{K_{III} = (-\infty; 0)}}$$

(CZVV)

**2 punkty**

**15 W którym z podanych przebiegów rozwiązań nierówności jest błąd?**

- A) tylko w jednym z rozwiązań
- B) w I i II
- C) w I i III
- D) w II i III
- E) w I, II i III

**2 punkty**

**16 Które z podanych wyrażeń jest dodatnie dla niektórych wartości zmiennej  $x \in \mathbf{R}$ ?**

- A)  $\sqrt{x^2} - x$
- B)  $x \cdot |x| - x^2$
- C)  $|x| \cdot |x+1| - |x^2 + x|$
- D)  $|2x^3| \cdot x - |2x| \cdot x^3$
- E)  $\sqrt{\frac{1}{4}} \cdot |x| - \left| \frac{x}{2} \right|$

**2 punkty**

- 17 Dla którego wyrażenia prawdziwe jest stwierdzenie, że jego wartość nie należy do dziedziny R?**

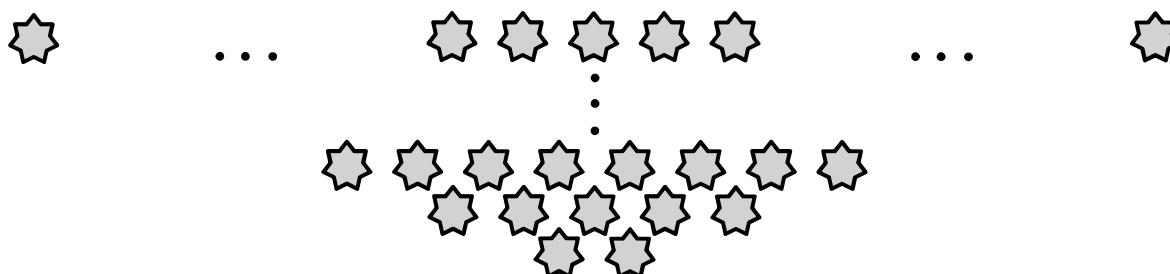
(Liczba i to jednostka urojona.)

- A)  $(2 + i)(2 - i)$
- B)  $\pi \cdot i^{16}$
- C)  $\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \cdot \sin \frac{\pi}{2}\right)^2$
- D)  $\left(\frac{1}{i-1}\right)^2$
- E)  $i + \frac{1}{i}$

---

**TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 18**

Gwiazdki w figurze umieszczone są w rzędach nad sobą. Ilości gwiazdek w poszczególnych rzędach tworzą skończony ciąg arytmetyczny. W najkrótszym rzędzie są 2 gwiazdki. Ilość gwiazdek w najdłuższym rzędzie jest o 99 większa, niż liczba wszystkich rzędów.



(CZVV)

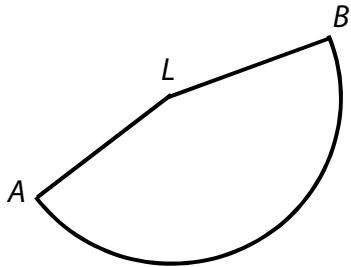
**2 punkty**

- 18 Ile gwiazdek znajduje się w całej figurze?**

- A) mniej niż 3 775
- B) 3 775
- C) 3 876
- D) więcej niż 3 876
- E) zadanie nie ma rozwiązania.

### **TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 19**

Z koła o środku  $L$  i promieniu  $r = 6 \text{ cm}$  oddzielono wycinek koła, którego obwód wynosi  $o = 5r$ .



(CZVV)

**2 punkty**

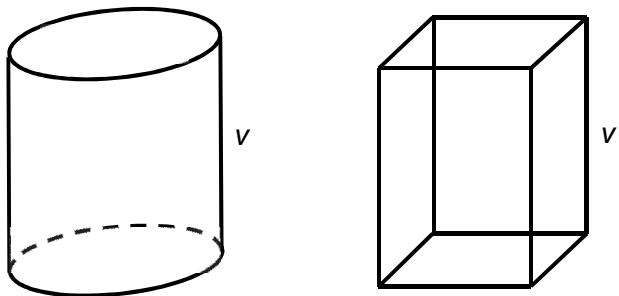
**19 Ile wynosi pole powierzchni wycinka koła?**

- A)  $15\pi \text{ cm}^2$
- B)  $54 \text{ cm}^2$
- C)  $18\pi \text{ cm}^2$
- D)  $108 \text{ cm}^2$
- E) inne pole powierzchni

## TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 20

Dany jest walec obrotowy i graniastosłup prawidłowy o podstawie kwadratu. Obie bryły mają taką samą wysokość  $v$  oraz takie samo pole powierzchni bocznej  $S_{pl}$ .

Objętość walca jest  $k$ -razy większa, niż objętość graniastosłupa prawidłowego o podstawie kwadratu.



(CZVV)

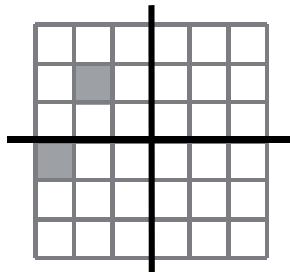
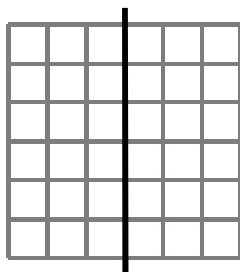
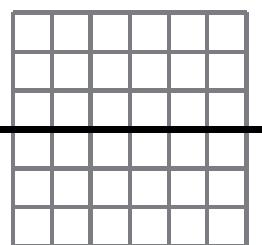
**2 punkty**

**20 Ile wynosi wartość krotności  $k$ ?**

- A)  $2\pi$
- B)  $\frac{2}{\pi}$
- C)  $\frac{4}{\pi}$
- D)  $\frac{2}{\pi^2}$
- E)  $\frac{4}{\pi^2}$

## TEKST ŹRÓDŁOWY I RYSUNEK DO ZADANIA 21

Siatka kwadratowa ma  $6 \times 6$  pól. Rozważamy podział siatki kwadratowej na połowy i ćwiartki wyłącznie w sposób podany na rysunkach. Na siatce kwadratowej umieszczone zostaną dwa ciemne pola.



(CZVV)

**2 punkty**

**21 Na ile sposobów można umieścić na siatce kwadratowej dwa ciemne pola, aby znajdowały się one na tej samej połowie, ale nie były na tej samej ćwiartce?**

- A) 54
- B) 72
- C) 324
- D) 486
- E) 729

## **TEKST ŹRÓDŁOWY I TABELA DO ZADANIA 22**

W hotelu przebywa 10 gości. W tabeli podano, czy goście potrafią, czy nie potrafią mówić po angielsku lub po francusku.

	mówí po francusku	nie mówi po francusku
mówí po angielsku	2	3
nie mówi po angielsku	1	4

(CZVV)

**2 punkty**

**22 Jakie jest prawdopodobieństwo, że dwoje losowo wybranych gości będzie potrafiło porozumieć się ze sobą po angielsku lub po francusku?**

- A)  $\frac{1}{3}$
- B)  $\frac{3}{5}$
- C)  $\frac{3}{10}$
- D)  $\frac{4}{15}$
- E) inne prawdopodobieństwo

**maks. 3 punkty**

- 23** Równanie hiperboli jest następujące:  $(x + 4)^2 - y^2 = 16$ .

**Zadecyduj, czy każde z następujących twierdzeń (23.1–23.3), jest prawdziwe (T), czy nieprawdziwe (N).**

	<b>T</b>	<b>N</b>
23.1 Hiperbola ma dokładnie jeden punkt wspólny z osią współrzędnych y .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.2 Odległość obu wierzchołków hiperboli wynosi 8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23.3 Prosta $p$ o równaniu $y = x$ ma dokładnie jeden punkt wspólny z hiperbolą.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

---

**SPRAWDŹ, CZY WPISAŁEŚ/AŚ WSZYSTKIE ODPOWIEDZI DO KARTY ODPOWIEDZI.**

---